DEFINICIONES BÁSICAS, EXPONENTES Y RADICALES

1. TERMINOLOGÍA Y NOTACIÓN

A partir de los conocimientos de *aritmética*, se desarrollará un lenguaje mediante *símbolos* y *términos*, para elaborar una serie de técnicas de cálculo; el lenguaje y las técnicas, constituyen una rama importante de la matemática, el *álgebra elemental*, que estudia la cantidad, considerada del modo más general.

Los ***métodos algebraicos*** usan ***letras*** para representar ***números indeterminados*** o ***incógnitas***, en esto radica gran parte de la superioridad del ***álgebra*** sobre la ***aritmética***.

Notación algebraica

Los *símbolos* usados en *álgebra* para representar cantidades son *números* y *literales*. Los *números* se emplean para representar cantidades conocidas mientras que las *letras* se emplean para representar toda clase de cantidades ya sean conocidas o desconocidas. Generalmente las cantidades conocidas se representan por las primeras letras del alfabeto y las desconocidas por las últimas letras del mismo.

Fórmula algebraica

Es la *representación*, por medio de *letras*, de una *regla* o un *principio general*.

Signos del álgebra.

Los ***signos*** utilizados en ***álgebra*** son de tres clases: **operación**, **relación** y **agrupación**.

SIGNOS DE OPERACIÓN.

En ***álgebra*** se verifican con las cantidades las mismas ***operaciones*** que en ***aritmética***: ***suma***, ***resta***, ***multiplicación***, ***división***, ***elevación de potencias*** y ***extracción de raíces***.

Los ***signos*** que se utilizan para dichas ***operaciones*** son:

a). Para la ***suma*** (**+**)
b). Para la ***sustracción*** (**-**)
c). Para la ***multiplicación*** (**x**)

También en lugar del signo (**x**), suele colocarse un punto (**.**) entre los ***factores*** y a veces se indica entre ***paréntesis*** a los ***factores***. Entre los ***factores literales***, o entre un ***factor literal*** y uno ***numérico*** el ***signo*** normalmente se **omite**.

d). Para la ***división*** **(¸)**

También se indica la ***división*** separando el ***dividendo*** del ***divisor*** mediante una ***raya*** (**-**) ***horizontal***.

e). ***Elevación a potencia***.

El ***signo*** de ***elevación a potencia*** es el ***exponente***, colocado arriba y a la derecha de una ***cantidad***, el cual indica las veces que dicha ***cantidad*** llamada ***base***, se toma como ***factor***, cuando una ***letra*** o ***cantidad*** **no** tiene ***exponente***, su ***exponente*** será la **unidad**.

f). ***Extracción de raíces***.

El ***signo*** de ***raíz*** es $\sqrt[n]{\ }$, llamado ***radical*** y dentro de él se escribe la cantidad a la cual se le extraerá ***raíz***, esta cantidad recibe el nombre de ***subradical*** y la (**n**) recibe el nombre de ***índice*** del ***radical***.

signos de relación

En ***álgebra*** hay tres ***signos*** que sirven para ***relacionar*** a las cantidades:

1. ***= igual a***
2. ***> mayor que***
3. ***< menor que***

Signos de agrupación

Entre los ***signos de agrupación*** tenemos:

1. **( )** Paréntesis ***Circular***
2. **[ ]** Paréntesis ***Rectangular*** o ***Corchetes***
3. **{ } Llaves**
4. **| Barra o Vínculo**

EXPRESIÓN ALGEBRAICA.

En el ***álgebra*** aparecen frecuentemente ciertas formas ***simbólicas*** llamadas ***expresiones algebraicas***, en ellas se combinan de alguna manera ***números***, ***letras***, ***signos*** de ***agrupación*** y de ***operación***.

DEFINICIÓN: Una ***expresión algebraica*** es una combinación de un número limitado de ***variables*** y ***números*** enlazados por ***signos*** de ***operación*** y en ocasiones por ***signos*** de ***agrupación***.

Ejemplos de ***expresiones algebraicas***:

1). $5a\sqrt{48b^3}$

2). $(a+b)+c$

3). $5x^3-3xy+8A$

4). $\dfrac{5x(y+w)^2}{y^2+w^3}$

5). $\dfrac{1}{x+y}+\dfrac{1}{x+y}$

6). $5a^4b^3-6a^3b^4-6a^2b^5=P$

7). $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

8). $R\sqrt{2-\sqrt{3}}-R\sqrt{2-\sqrt{2}}$

9). $V=\dfrac{4}{3}ðh^3$

10). $V=\dfrac{1}{3}ðh(R^2+r^2+Rr)$

Término algebraico

Es una ***expresión algebraica*** que consta de uno o varios ***símbolos***, ***no separados*** *entre sí*, por los *signos* **positivo** (**+**) o **negativo** (**-**).

Ejemplos:

a). $5a\sqrt{48b^2}$ **b).** $\frac{(ab)c}{x}$

Los *elementos* de un *término* son:

1) El ***coeficiente***. En forma general, podemos decir, que en el *producto* de dos *factores*, cualquiera de ellos se puede tomar como ***coeficiente*** del otro.

Ejemplo:

En **4xy**, **4** es ***coeficiente*** de **xy**, **x** es ***coeficiente*** de **4y**, **y** es ***coeficiente*** de **4x** y **4y** es ***coeficiente*** de **x**.

En general dado un término (***monomio***) siempre se puede distinguir el ***coeficiente numérico*** y el **coeficiente *literal***.

El ***coeficiente numérico*** es el que se tiene en el *producto* de una ***cantidad numérica*** por una o varias ***letras***.

Ejemplos:

En **4xy**, **4** es el ***coeficiente numérico***. En $\frac{4}{3}xy$, $\frac{4}{3}$ es el ***coeficiente numérico***.

Cuando un ***término*** (cantidad) ***no tiene coeficiente***, éste valdrá la ***unidad***.

Ejemplo:

En V^3W, se entiende que el ***coeficiente numérico*** es la ***unidad***.

Coeficiente Literal, es el que se tiene, cuando existe un *producto* de ***literales***, de modo tal que, cualquiera ***letra*** puede ser ***coeficiente*** de la(s) otra(s).

Ejemplo:

En **ab**, **a** es ***coeficiente literal*** de **b** y **b** es el ***coeficiente literal*** de **a**.

Es común llamar simplemente "***coeficiente***" al ***coeficiente numérico***.

2) El ***signo***. El *signo*, serán cantidades ***positivas*** aquellas que vayan precedidas de un **signo** (**+**), y ***negativas***, las que vayan precedidas de un *signo* (**-**). ***Los términos que no vayan precedidos de un signo*** se tomarán como ***positivo*** (**+**).

3) La ***parte literal*** o ***base***. La ***base*** o ***parte literal***, la constituyen las ***letras*** que existan en el ***término***.

Ejemplo:

En $5a^2bc^3$, la ***parte literal*** es a^2bc^3.

4) El ***grado***. El *grado* de un ***término*** puede ser de dos clases, ***absoluto*** y con ***relación a una letra***.

El ***absoluto***; es la ***suma de los exponentes*** de sus ***factores literales*** que contiene.

Ejemplo:

Término	**Grado**
$4a$	1^{ro}
$3ab$	21
$5x^2y$	31
$-x^4yz^2$	71
$8x^4y^3z^5$	121

Con ***relación a una letra*** es simplemente el ***exponente*** con que aparece dicha ***letra***.

Ejemplos:

1) El ***grado*** de $3a^2b^3$ con relación de **a** es 21, con relación a **b** es 31.
2) El ***grado*** de $16x^3y^4z$ con respecto a **x** es 31; con respecto a **y** es 41 y con respecto a **z** es 11.

Clases de términos

1. **Término *entero***: Es aquel que ***no*** tiene ***divisor*** o ***denominador literal***.

Ejemplos:

$$3a^2b^2,\ \frac{4a}{3},\ \frac{5a^2b}{10}$$

2. **Término *fraccionario***: Es aquel que tiene un ***divisor*** o ***denominador literal***.

Ejemplos:

$$\frac{4ax}{3b},\ \frac{5}{x},\ \frac{1}{x+y}$$

3. **Término *racional***: Es aquel que ***no*** tiene ***radical***.

Ejemplos:

$$4a,\ \frac{1}{x^3},\ \frac{5p}{4}$$

4. **Término *irracional***: Es aquel que contiene ***radical***.

Ejemplos:

$$\sqrt{4ab},\ \sqrt{1+x},\ \sqrt[3]{y^4}$$

5. **Términos *homogéneos***: Son aquellos que tienen el mismo ***valor absoluto*** en ***grado***.

Ejemplo:

$$3a^2bc^3 \text{ y } 5z^4xw$$

6. **Términos *heterogéneos***: Son aquellos que **no** tienen el mismo ***grado absoluto***.

Ejemplos:

a^2bc y z^4xw

CLASIFICACIÓN DE LAS EXPRESIONES ALGEBRAICAS

1. ***Monomio***: Es una ***expresión algebraica*** que consta de un ***sólo término***.

Ejemplos:

a^2bc, z^4xw, $\frac{4ax}{30}$, $-2x^2y$, $\frac{1}{3}c$

2. ***Binomio***: Es una ***expresión algebraica*** que consta de ***dos términos***.

Ejemplos:

$\frac{4}{x}+y^3$, $\sqrt{x}-5x^2y$, $\sqrt{x+y}+\frac{1}{x+2}$, $a+b$, $x-y$

3. ***Trinomio***: Es una ***expresión algebraica*** que consta de ***tres términos***.

Ejemplos:

$a+x-y$, x^3+2x^2+5x, $5x^3-\frac{1}{4}x^4-2$

4. ***Polinomio***: Son aquellas ***expresiones algebraicas*** que constan de **más de un término**.

Ejemplos:

$a+b$, $a+x-y$, $\frac{x^3+2x^2+x+7}{\sqrt{x}}$

GRADO DE UN POLINOMIO

Puede ser ***absoluto*** o con ***relación a una letra***.

a) ***Grado absoluto*** de un ***polinomio***. Cada uno de los términos (***monomio***) de un ***polinomio*** tiene asignado un ***grado***, se tomará el ***mayor*** de los ***grados*** de los términos.

Ejemplos:

$x^4 - 5x^3 + x^2 - 3x$ Es de ***cuarto grado***.

$2x^3y^2 - 8x^4y^5 + 6x^2y^3$ Es de ***noveno grado***.

$5x - 2$ Es de ***primer grado***.

$x^2 + 2xy + y^2$ Es de ***segundo grado***.

b) ***Grado con relación a una letra***. Cuando se tiene varias ***literales***, puede obtenerse el ***grado*** con respecto a una de ***ellas*** y será la que tenga el ***mayor exponente*** en el ***polinomio***, como se indica a continuación.

Ejemplos:

1) $a^6 + a^4x^2 - a^2x^4$, es de ***sexto grado*** en relación de la letra a y de ***cuarto grado*** con respecto a la letra x.

2) $2x^3y^2 - 8x^4y^5 + 6x^2y^3$, es de ***cuarto grado*** con respecto a x y de ***quinto grado*** con respecto a y.

3) $x^3 + 3x^2y^3$, es de ***tercer grado*** con respecto a x y de ***tercer grado*** con respecto a y.

CLASES DE POLINOMIOS.

a) Polinomio ***Entero***. Es cuando ninguno de sus términos contiene ***literales*** en ***divisores*** o ***denominadores***.

b) Polinomio ***fraccionario***. Es cuando alguno de sus términos tiene ***divisor*** o ***denominador literal***.

c) Polinomio ***Racional***. Ninguno de sus términos tiene ***signo radical***.

d) Polinomio ***Irracional***. Alguno de sus términos tiene ***un signo radical***.

e) Polinomio ***Homogéneo***. Es aquel, en el cual todos sus términos tiene el ***mismo grado absoluto***.

f) Polinomio ***Heterogéneo***. Es aquel, en el que al menos uno de sus términos **no** tiene el mismo ***grado absoluto***.

g) Polinomio ***Completo***. Es aquel que contiene todos los ***exponentes sucesivos en orden descendente***; desde el más alto hasta el más bajo que tenga la ***letra*** en el ***polinomio***.

Ejemplo:

$x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - 3x$

h) Polinomio ***Ordenado con relación a una letra***. Es aquel en el cual los ***exponentes*** de una ***letra*** escogida, llamada **ordenatriz** van ***aumentando*** o ***disminuyendo***.

Ejemplo:

$a^5 - 2a^4b + 6a^3b^2 - 5a^2b^3 + 3ab^4 - b^5$

i) ***Término independiente*** de un ***polinomio*** con ***respecto a una letra***. Es aquel que no contiene a dicha ***letra***, es decir, es el que está constituido por un ***número real***.

Ejemplos:

1) $a^3 + a^2 + 3a - 5$; el ***término independiente*** es -5

2) $a^3 - b^3 + 5a^2b + \frac{7}{4}$; El ***término independiente*** es $\frac{7}{4}$

EJERCICIOS.

1. ***Establezca*** qué ***clase de términos*** son los siguientes atendiendo al ***signo***, si tiene o no ***denominador*** y si tiene o no ***radical***.

Término	Solución
a) $5a^2$	Es ***positivo***, ***entero***, ***racional***.
b) $-4a^3b$	Es ***negativo***, ***entero***, ***racional***.
c) $\frac{2a}{3}$	Es ***positivo***, ***entero***, ***racional***.
d) $-\frac{5b^2}{6}\sqrt{a}$	Es ***negativo***, ***entero***, ***irracional***.
e) $-\sqrt[3]{5b^2}$;	Es ***negativo***, ***entero***, ***irracional***.
f) $\sqrt{\frac{a}{6}}$;	Es ***positivo***, ***entero***, ***irracional***.
g) $\frac{-4a^2b^3}{\sqrt{b}}$;	Es ***negativo***, ***fraccionario***, ***irracional***.

2. ***Indique*** el ***grado absoluto*** de los siguientes ***términos***:

	Término	**Solución**
a)	$5a$	***Primer*** **grado.**
b)	$-6a^2b$	***Tercer*** **grado.**
c)	a^2b^2	***Cuarto*** **grado.**
d)	$-5a^3b^4c$	***Octavo*** **grado.**
e)	$8x^5x^6$	***Onceavo*** **grado.**
f)	$4m^2n^3$	***Quinto*** **grado.**
g)	$-xyz^5$	***Séptimo*** **grado.**

3. ***Escriba*** el ***grado*** de cada uno de los siguientes ***términos*** con respecto a cada uno de los ***factores literales***.

	Término	**Soluciones**
a)	$-a^3b^3$	**a: 3**^{er} grado; **b: 21** grado
b)	$-5x^4y^3$	**x: 41** grado; **y: 31** grado
c)	$6a^2bx^3$	**a: 21** grado; **b: 1**^{er} grado; **x: 3**^{er} grado
d)	$-4abcy^2$	**a: 1**^{er} grado; **b: 1**^{er} grado; **c: 1**^{er} grado; **y: 21** grado
e)	$10m^2n^3b^4c^5$	**m: 21** grado; **n: 3**^{er} grado; **b: 41** grado; **c: 51** grado

4. En los siguientes ***términos escoger*** **cuatro** ***homogéneos*** y **cuatro** ***heterogéneos***.

	Término	**Solución**
a)	$-4a^3b^2$	**homogéneos.**
b)	$6ab^3$	**heterogéneos.**
c)	$-x^5$	**homogéneos.**
d)	$6x^4y$	**homogéneos.**
e)	$-2a^3x^4$	**heterogéneos.**
f)	$-ab^5$	**heterogéneos.**
g)	$4abcx^2$	**homogéneos.**
h)	$Q^3b^5c^2x$	**heterogéneos.**

5. ***Escriba***:

	Solución
a). **Dos** términos ***enteros***:	$\frac{5ac^2}{2}$; $\frac{7xy^2}{21}$
b). **Dos** términos ***fraccionarios***:	$\frac{4a^2b}{2c}$; $\frac{40ac}{20x}$
c). **Dos** términos ***enteros***, ***positivos***, ***racionales***:	$\frac{2a}{3}$; $\frac{9x^3b}{5}$
d). **Dos** términos ***negativos***, ***fraccionarios*** e ***irracionales***:	$\frac{-6ab\sqrt{b}}{a}$; $\frac{-4\sqrt{xyz}}{xy}$

6. ***Escriba*** un ***término*** de los siguientes ***grados absolutos***.

	Término	**Solución**
a)	**3**^{er} **grado**	$3a^2m$
b)	**51 grado**	$-4a^4b$
c)	**111 grado**	$6abcd^5x^3$

d)	151 grado	$7a^2b^2c^3d^3e^5$
e)	201 grado	$10a^5b^5c^3d^7$

7. Diga el ***grado absoluto*** de los siguientes ***polinomios***.

	Término	**Solución**
a)	$x^3 + x^2 + x$	31 grado
b)	$x^5 - 6x^4y^3 - 4a^2b - x^2y^4 - 3y^6$	71 grado

8. Atendiendo a si tiene o no ***denominador literal*** y a si tiene o no ***radical*** diga, de qué ***clase*** son los siguientes ***polinomios***.

	Término	**Solución**
a)	$\frac{a^4}{2} - \frac{a^3}{3} + \frac{a^2}{2} - a$	**Entero, racional**
b)	$\sqrt{a} + \sqrt{b} - 2c + \sqrt{d}$	**Entero, irracional**
c)	$4a + \frac{\sqrt{a}}{2} - 6b + \frac{4}{b}$	**Fraccionario, irracional**

9. ***Escribir***:

	Término	**Solución**.
a)	Un ***polinomio*** de 3er ***grado absoluto***:	$3a^2b + 2a - 5b$
b)	Un ***polinomio*** de 151 ***grado absoluto***:	$3a^{10}b^5 - 5x^2y^3 + 6a^4$
c)	Un ***trinomio*** de 21 *grado con respecto a* x :	$x^2 + 2x - xy$

10. En los siguientes ***polinomios*** decir cuales son ***completos*** y con respecto a que ***letra***.

	Término	**Solución**
a)	$a^4 - a^2 + a - a^3$	***completo*** con respecto a a
b)	$5x^4 - 8x^2 + x - 6$	***completo*** con respecto a x
c)	$x^4y - x^3y^2 + x^2y^3 - y^4$	***completo*** con respecto a y
d)	$m^5 - m^4 + m^3 - m + 5$	***completo*** con respecto a m
e)	$y^5 - by^4 + b^2y^3 - b^3y^2 + b^4y$	***completo*** con respecto a y y b

11. ***Ordenar*** los siguientes ***polinomios*** en orden ***descendente***.

	Término	**Solución**
a)	$m^2 + 6m - m^3 + m^4$	$m^4 - m^3 + m^2 + 6m$
b)	$a^2b^3 + a^4b + a^3b^2 - ab^4$	$a^4b + a^3b^2 + a^2b^3 - ab^4$
c)	$-x^8y^2 + x^{10} + 3x^4y^6 - x^6y^4 + x^2y^8$	$x^{10} - x^8y^2 - x^6y^4 + 3x^4y^6 + x^2y^8$

VALOR NUMÉRICO DE UNA *EXPRESIÓN ALGEBRAICA*

Al *proceso* para determinar el *número* representado por una *expresión algebraica*, cuando se asignan valores específicos a sus literales se le llama *evaluación de la expresión*; el número obtenido de la evaluación se conoce como *valor numérico* de la *expresión algebraica*.

Ejemplos

1) ***Calcular*** el ***valor numérico*** de cada ***expresión*** para los ***valores*** asignados a las ***literales***.

a) $3ab$ **e)** $m^b n^c p^a$

b) $5a^2b^3c$ **f)** $24m^2n^3p$

c) b^2mn **g)** $4m\sqrt[3]{12bc^2}$

d) $\frac{2}{3}a^4b^2m^3$ **h)** $\dfrac{\frac{3}{4}b^3}{\frac{2}{3}c^2}$

En donde: $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, $m = \frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{3}$ y $p = \frac{1}{4}$

SOLUCIÓN

Substituyendo en cada una de las expresiones dadas tenemos:

a) $3(1)(2) = 6$

b) $5(1)^2(2)^3(3) = (5)(1)(8)(3) = 120$

c) $(2)^2\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = 4\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

d) $\frac{2}{3}(1)^4(2)^2\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)(1)(4)\left(\frac{1}{8}\right) = \frac{8}{24} = \frac{1}{3}$

e) $\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right) = \left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{27}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{432}$

f) $24\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{3}\right)^3\left(\frac{1}{4}\right) = 24\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{27}\right)\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{24}{432} = \frac{1}{18}$

g) $4\left(\frac{1}{2}\right)\sqrt[3]{(12)(2)(3)^2} = 2\sqrt[3]{(24)(9)} = 2(6) = 12$

h) $\dfrac{\frac{3}{4}(2)^3}{\frac{2}{3}(3)^2} = \dfrac{\frac{3}{4}(8)}{\frac{2}{3}(9)} = \dfrac{\frac{24}{3}}{\frac{18}{3}} = \frac{24\text{x}3}{18\text{x}4} = \frac{72}{72} = 1$

2) Dada la expresión: $x^3 + 5x^2y^2 - 2(x - 3y)$, ***calcular*** para $x = \frac{1}{2}$ e $y = -\frac{1}{3}$

SOLUCIÓN

Substituimos dichos valores y tenemos:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^3+5\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(-\frac{1}{3}\right)^2-2\left[\left(\frac{1}{2}\right)-3\left(-\frac{1}{3}\right)\right]=\frac{1}{8}+5\left(\frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{9}\right)-2\left(\frac{1}{2}+1\right)=\frac{1}{8}+\frac{5}{26}-2\left(\frac{3}{2}\right)=$$

$$=\frac{1}{8}+\frac{5}{36}-3=\frac{9+10-216}{72}=-\mathbf{\frac{197}{72}}$$

3) Dada la expresión: $\dfrac{\frac{1}{x}+\frac{1}{y}}{x^2-y^2}$, calcular para **x =-2** y **y = 5**

SOLUCIÓN

Sustituyendo se tiene:

$$\frac{\frac{1}{-2}+\frac{1}{5}}{(-2)^2-(5)^2}=\frac{\frac{-5+2}{10}}{4-25}=\frac{\frac{-3}{10}}{-21}=\frac{-3}{(-21)(10)}=\frac{1}{7(10)}=\mathbf{\frac{1}{70}}$$

4) Dada la siguiente expresión: $\dfrac{1}{(a-b)(a-c)}+\dfrac{1}{(b-a)(b-c)}+\dfrac{1}{(c-a)(c-b)}$, ***calcular*** para: **a = -3**, **b = 1** y **c =** $\mathbf{\frac{1}{2}}$.

SOLUCIÓN

Sustituyendo se tiene:

$$\frac{1}{(-3-1)\left(-3-\frac{1}{2}\right)}+\frac{1}{(1+3)\left(1-\frac{1}{2}\right)}+\frac{1}{\left(\frac{1}{2}+3\right)\left(\frac{1}{2}-1\right)}=\frac{1}{(-4)\left(-\frac{7}{2}\right)}+\frac{1}{4\left(\frac{1}{2}\right)}+\frac{1}{\left(\frac{7}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)}=$$

$$=\frac{1}{\frac{28}{2}}+\frac{1}{\frac{4}{2}}+\frac{1}{-\frac{7}{4}}=\frac{1}{14}+\frac{1}{2}-\frac{4}{7}=\frac{1+7-8}{14}=\frac{0}{14}=\mathbf{0}$$

5) Calcular el valor de **x**, a partir de la formula: $x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, si **a = 3**, **b = 8** y **c = - 3**

SOLUCIÓN

Sustituyendo se tiene:

$$x=\frac{-8\pm\sqrt{8^2-4(3)(-3)}}{2(3)}=\frac{-8\pm\sqrt{64+36}}{6}=\frac{-8\pm\sqrt{100}}{6}=\frac{-8\pm10}{6}$$

De donde:

$$x_1 = \frac{-8+10}{6} = \frac{1}{3} \text{ y } x_2 = \frac{-8-10}{6} = -3$$

TÉRMINOS SEMEJANTES Y SU REDUCCIÓN.

Dos o más términos son ***semejantes*** cuando tienen la misma ***parte literal*** afectada, con los mismos ***exponentes***, sin importar el ***coeficiente***:

Ejemplos: son términos ***semejantes***:

a) $2a$ y a; $-2b$ y $8b$; x^{m+1} y $3x^{m+1}$

b) $-3xy$ y $2xy$, $\frac{1}{3}xy$ y xy

c) $5\sqrt{x}$ y $\sqrt{x}$, $7a^2b^3c^4$ y $-4a^2b^3c^4$

d) $\frac{2ab\sqrt{c}}{x^2y^2}$ y $\frac{2ab\sqrt{c}}{3x^2y^2}$

En cambio: $4ab$ y $5a^2b$, ***no*** son ***términos semejantes*** puesto que, aunque tienen la misma ***parte literal*** no tienen los mismos ***exponentes***. Los ***términos semejantes*** pueden ***reducirse*** entre si.

Reducción de términos semejantes

Es una ***operación*** que tiene por objeto **convertir** en un sólo **término** dos o más ***términos semejantes***. En la **reducción** de ***términos semejantes*** existen los siguientes **tres** casos:

Primero: ***Reducción de dos o más términos semejantes del mismo signo***. La suma de dos o más términos semejantes con signos iguales, es otro término semejante cuyo coeficiente es igual a la suma de sus coeficientes numéricos precedidos del signo común que tienen todos los términos, y a continuación se escribe la parte literal.

Ejemplos:

a) $2a + 3a = 5a$
b) $-5b - 7b = -12b$
c) $-a^2 - 9a^2 = -10a^2$
d) $-4a^{m+1} - 7a^{m+1} = -11a^{m+1}$
e) $\frac{1}{2}ab + \frac{2}{3}ab = \frac{3ab+4ab}{6} = \frac{7}{6}ab$
f) $5xy + 8xy = 13xy$
g) $\frac{1}{3}xy - \frac{2}{3}xy = -\frac{1}{3}xy$

Segundo: ***Reducción de dos términos semejantes de diferente signo***. La suma de dos términos semejantes con signos diferentes es otro termino semejante, se restan los coeficientes, poniendo delante de esta diferencia el signo del termino mayor y a continuación se escribe la parte literal.

Ejemplos:

a) $2a - 3a = -a$
b) $18x - 11x = 7x$
c) $-20ab + 11ab = -9ab$
d) $-8a^x + 13a^x = 5a^x$
e) $\frac{1}{2}ab + \frac{2}{3}ab = \frac{3ab + 4ab}{6} = \frac{7}{6}ab$
f) $5xy + 8xy = 13xy$
g) $-\frac{1}{3}xy - \frac{2}{3}xy = -xy$

Tercero: ***Reducción de más de dos términos semejantes de diferente signo***. Se reducen a uno sólo todos los términos con signo positivo, también se reducen a uno sólo todos los términos con signo negativo, y a los dos términos obtenidos se les aplica, el enunciado del caso anterior.

Ejemplos:

a) $5a - 8a + a - 6a + 21a = 27a - 14a = 13a$
b) $-3x + 2x - 5x + 7x - 4x = 9x - 12x = -3x$

USO Y ELIMINACIÓN DE SIGNOS DE AGRUPACIÓN

Se usan ***paréntesis* ( )**, ***corchetes* [ ]** y ***llaves* { }**; para ***agrupar operaciones*** e indicar el orden preciso en el cual se deben efectuar éstas. Las ***cantidades*** o ***números agrupados*** se deben considerar como ***un todo***.

Ejemplos:

En, $5 + (2 \cdot 3)$; indica que la ***multiplicación*** $2 \cdot 3$ se efectúa **primero** y el ***producto*** se ***suma*** con **5**, dando por resultado **11**, es decir que:.

$5 + (2 \cdot 3) = 5 + 6 = 11$

Por lo general ***se omite el signo de multiplicación próximo a un signo de agrupación***.

Ejemplo: **En** $4 \cdot (3 + 8) = 4(3 + 8) = 4(11) = 44$

Al realizar las operaciones donde a veces es necesario colocar o eliminar ***paréntesis*** o ***signos de agrupación***, podemos aplicar las reglas siguientes:

Primero: Si existen ***signos de agrupación*** contenidos dentro de otro, ***eliminar el más interior***.

Ejemplos

a) [(7 · 4) + (8 - 5)] - (16 - 4) + (42 ÷ 6) = (28 + 3) - 12 + 7 = 31 - 12 + 7 = 38 - 12 = 26

b) 2 - {3 -[(5 + 1)-(3 - 0)] - 5(1 + 2) + (- 2)(6 - 3)} = 2 – [3 –(6 – 3)-5(3) (- 2)(3)] =
= 2 – (3 - 3 - 15 – 6) = 2 – (- 21) = 2 + 21 = 23

Segundo: En una sucesión de ***sumas***, ***restas***, ***multiplicaciones*** y ***divisiones***, ***efectuar primero*** las ***multiplicaciones*** y ***divisiones***, luego las ***sumas*** y ***restas***, todo de ***izquierda*** a ***derecha***.

Ejemplo: 5 · 6 - 3 · 7 + 24 ÷ 8 = 30 - 21 + 3 = 33 - 21 = 12

Como lo muestran los ejemplos anteriores, los ***signos de agrupación*** **precedidos** de un ***signo*** más (**+**), pueden ***colocarse*** o ser ***removidos sin cambiar los signos de la expresión***. Si lo que ***precede*** al ***signo de agrupación*** es un ***signo*** (**-**), ***los signos de todos los términos deben cambiarse al retirar el paréntesis***.

Convencionalmente, cuando a un ***signo de agrupación*** **no le antecede ningún signo**, se entiende que éste es un ***signo*** más (**+**).

2. EXPONENTES Y RADICALES

Potencias: La notación ***exponencial*** se usa para ***multiplicaciones repetidas*** del mismo número.

Por **ejemplo**:

a · **a**, se escribe a^2, que se lee ***a cuadrada*** o **a** a la ***segunda potencia***.

En general, si **n** es un ***número entero positivo***, se tendrá:

$a^n = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \ldots a$, **n** factores.

Se lee; **a** a la ***potencia*** **n** o **a** a la ***enésima potencia***. A la letra **a** se le llama ***base*** y a la letra **n** el ***exponente*** de **a**.

Ejemplo: $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^9$, en donde, **3** es la ***base*** y **9** el ***exponente***.

PROPIEDADES DE LOS EXPONENTES.

1. $a^n a^m = a^{n+m}$ Para ***multiplicar exponentes*** con la misma ***base***, se ***suman*** sus ***exponentes***.

2. $(a^n)^m = a^{nm}$ Para ***elevar*** una ***potencia*** a otra ***potencia***, se ***multiplican*** dichos ***exponentes***.

3. $(ab)^n = a^n b^n$ Queda incluido en el caso **2**.

4. $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}, (b \neq 0)$ Queda incluido en caso **2**

1. Para la ***división***, $\frac{a^n}{a^m}$, se tienen los siguientes casos:

a) Si, **n > m**, tenemos: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

b) Si, **n < m**, tenemos: $\frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^{m-n}}$ **para** $a \neq 0$

c) Si, **n = m**, se tiene: $\frac{a^n}{a^m} = \frac{a^n}{a^n} = 1$

Demostraremos este último caso: como, **n = m**, se tiene: $\frac{a^n}{a^n} = a^{n-n} = a^0$. Igualando resultados, se tiene que: $a^0 = 1$. Lo que significa que toda expresión elevada a ***cero potencia*** vale la **unidad**. **Ejemplo**: $(8a^3b^4c - 5b^2 + 6y^5)^0 = 1$

De la misma forma, en el ejemplo siguiente tenemos:

$$\frac{a^3}{a^5} = a^{3-5} = a^{-2}$$

$$\frac{a^3}{a^5} = \frac{a^3}{a^2a^3} = \frac{1}{a^2}$$

Igualando resultados podemos expresarlos como: $a^{-2} = \frac{1}{a^2}$. Por lo que en forma general será:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Según esto, toda ***expresión*** con ***exponente negativo*** es igual a un ***quebrado*** que tiene como ***numerador*** la **unidad** y como ***denominador*** la misma ***expresión***, pero con ***exponente*** de **signo contrario**.

Ejemplos:

a) $x^3 = \frac{1}{x^{-3}}$

b) $\frac{5}{(2x^2+7)^{-4}} = 5(2x^2+7)^4$

c) $\frac{3}{a^{-2}+b^3} = \frac{3}{\frac{1}{a^2}+b^3} = \frac{3}{\frac{1+a^2b^3}{a^2}} = \frac{3a^2}{1+a^2b^3}$

OPERACIONES CON EXPONENTES.

Aplicando las definiciones y propiedades correspondientes se dan las principales operaciones.

a) **Multiplicación**. $2^3 2^4 = 2^{3+4} = 2^7 = 128$ $5^{-3}5^4 = 5^{-3+4} = 5^1 = 5$

b) División. $\frac{5^4}{5^3}=5^{4-3}=5^1=5$ $\frac{3^{-2}}{3^{-4}}=3^{-2-(-4)}=3^{-2+4}=3^2=9$

c) Potencia de una potencia. $(3^2)^3=3^{2x3}=3^6$ $(-4^2)^5=-4^{2x5}=-4^{10}$

Simplificación de exponentes

Ejemplos:

a) $(a^4)(a^3)=a^{4+3}=a^7$

b) $(3a^2b^3)(2a^3b^5)=6a^{2+3}b^{3+5}=6a^5b^8$

c) $\left(\frac{x^3}{2y^2}\right)^3=\frac{(x^3)^3}{(2y^2)^3}=\frac{x^9}{8y^6}$ $\left(\frac{x}{y}\right)^{-2}=\frac{x^{-2}}{y^{-2}}=\frac{\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{y^2}}=\frac{y^2}{x^2}$

d) $\left(x^{\frac{5}{3}}y^{\frac{3}{4}}\right)\left(x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{5}{4}}\right)=x^{\frac{5}{3}+\frac{1}{3}}y^{\frac{3}{4}+\frac{5}{4}}=x^{\frac{6}{3}}y^{\frac{8}{4}}=x^2y^2$

Radicación

Radicación es la operación inversa a la **potenciación**, es decir, la operación para encontrar la ***raíz*** de un número. Si $x=\sqrt[n]{b}$; Podemos encontrar el valor de **x** extrayendo ***raíz*** enésima de **b**. En la expresión anterior, al símbolo $\sqrt{\ }$ se le llama ***radical***.

A **n** se le llama ***índice*** de la raíz a **b** se le llama ***radicando*** o ***subradical***. Sí el ***índice*** de la ***raíz*** no se indica, se sobre entiende que es **2**.

Ejemplo: En el termino $-7\sqrt[4]{5^2}$: ***signo*** (-), ***coeficiente*** 7; ***subradical*** 5^2 y ***orden*** 4.

Sí el ***índice*** del ***radical*** es ***par*** y el ***subradical es positivo*** el resultado tendrá ***dos raíces***, una ***positiva*** y otra **negativa**.

Ejemplo: En $\pm\sqrt{16}=\pm4$, ya que: $(+4)^2=(+4)(+4)=16$ y $(-4)^2=(-4)(-4)=16$

Sí el ***índice*** del ***radical*** es ***par*** y el ***subradical es negativo*** la raíz no es un número real, ya que no existe número ***positivo*** ni ***negativo*** que elevado a una ***potencia par*** de un ***número negativo***; por lo que se dice que es ***imaginario*** por no tener ***raíz*** en los ***números reales***.

Ejemplo: $\sqrt{-16}$, ***no tiene solución de números reales*** ya que, **(-4)^2 = (-4) (-4) = +16**

Si el ***índice*** de la ***raíz*** es ***impar*** y el ***subradical es positivo*** o ***negativo***, se tendrá como resultado una ***sola raíz***, afectada del ***mismo signo*** del ***subradical***.

Ejemplo: $\sqrt[3]{-27}=-3$; ya que **(-3) (-3) (-3) = - 27**

En general, para extraer ***raíz enésima*** de un término, basta extraer de dicha ***raíz*** a su ***coeficiente*** y ***dividir*** entre el ***índice*** **n** del ***radical*** todos y cada uno de los ***exponentes*** del **subradical**.

Ejemplos:

a) $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ b) $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$ c) $\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ d) $\sqrt[3]{m^4} = m^{\frac{4}{3}}$

Según lo anterior, todo ***exponente fraccionario*** expresa en su ***numerador*** la ***elevación*** a una ***potencia*** y en su ***denominador*** la ***extracción*** de una ***raíz***.

Ejemplos:

a) $a^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{a^2}$ b) $a^{\frac{3}{5}} = \sqrt[5]{a^3}$

PROPIEDADES DE LOS RADICALES

1) $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ 2) $\sqrt[n]{a^n} = a^{\frac{n}{n}} = a$ 3) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b} = (ab)^{\frac{1}{n}}$

4) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \frac{a^{\frac{1}{n}}}{b^{\frac{1}{n}}}$ 5) $\sqrt[n]{a.x^n} = x\sqrt[n]{a}$ 6) $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[n.k]{a} = a^{\frac{1}{nk}}$

Operaciones con radicales

Las ***operaciones*** que se pueden efectuar con ***radicales*** aplicando las propiedades correspondientes, son las siguientes.

1) **Supresión de factores del subradical.**

Ejemplos:

a) $\sqrt{128} = \sqrt{64(2)} = \sqrt{8^2(2)} = 8\sqrt{2}$

b) $\sqrt{75a^3b^2} = \sqrt{25(3)a^2ab^2} = 5ab\sqrt{3a}$

c) $\sqrt[3]{\frac{-2a^4}{16b^4}} = \sqrt[3]{\frac{-2a^3a}{2^3(2)b^3b}} = \sqrt[3]{\frac{-a^3a}{2^3b^3b}} = \frac{-a\sqrt[3]{a}}{2b\sqrt[3]{b}}$

2) Introducción de coeficientes dentro del radical.

Ejemplos:

a) $2\sqrt[3]{5}=\sqrt[3]{2^3(5)}=\sqrt[3]{8(5)}=\sqrt[3]{40}$

b) $3x\sqrt[3]{12y}=\sqrt[3]{3^3x^3 12y}=\sqrt[3]{27(12)x^3y}=\sqrt[3]{324x^3y}$

c) $3y\sqrt{1-\frac{1}{9y^2}}=\sqrt{9y^2\left(1-\frac{1}{9y^2}\right)}=\sqrt{9y^2-1}$

3) Suprimir los radicales del denominador de una fracción.

Ejemplos

a) $\sqrt{\frac{3}{5}}=\sqrt{\frac{3\cdot 5}{5\cdot 5}}=\sqrt{\frac{15}{25}}=\frac{1}{5}\sqrt{15}$ o también: $\sqrt{\frac{3}{5}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{15}{25}}=\frac{1}{5}\sqrt{15}$

b) $\frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}=\left(\frac{3}{\sqrt{6}-\sqrt{2}}\right)\left(\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{6}+\sqrt{2}}\right)=\frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{(\sqrt{6})^2-(\sqrt{2})^2}=\frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{6-2}=$

$=\frac{3(\sqrt{6}+\sqrt{2})}{4}=\frac{3}{4}(\sqrt{6}+\sqrt{2})$

c) $\frac{1}{\sqrt{7b}}=\left(\frac{1}{\sqrt{7b}}\right)\left(\frac{\sqrt{7b}}{\sqrt{7b}}\right)=\frac{\sqrt{7b}}{\sqrt{(7b)^2}}=\frac{\sqrt{7b}}{7b}$

d) $\sqrt{\frac{5}{x+y}}=\sqrt{\frac{5}{x+y}\left(\frac{x+y}{x+y}\right)}=\sqrt{\frac{5(x+y)}{(x+y)^2}}=\frac{\sqrt{5x+5y}}{x+y}$

A este ***procedimiento*** se le conoce como ***racionalización del denominador***. ***Racionalizar*** consiste en ***quitar signos*** de ***radical***, ya sea en el ***denominador*** o ***numerador***, según convenga.

4) Simplificar o cambiar el orden de un radical.

Ejemplos:

a) $\sqrt[6]{81}=(81)^{\frac{1}{6}}=(9^2)^{\frac{1}{6}}=9^{\frac{2}{6}}=9^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{9}$

b) $\sqrt[4]{36x^2}=(6^2x^2)^{\frac{1}{4}}=(6^2)^{\frac{1}{4}}(x^2)^{\frac{1}{4}}=6^{\frac{2}{4}}x^{\frac{2}{4}}=6^{\frac{1}{2}}x^{\frac{1}{2}}=\sqrt[2]{6x}$

c) $\sqrt[6]{8x^3y^9}=\sqrt[6]{2^3x^3y^9}=\sqrt[6]{(2xy^2)^3}=(2xy^3)^{\frac{3}{6}}=(2xy^3)^{\frac{1}{2}}=\sqrt{2xy^3}$

5) Cambiar dos o más radicales al mismo orden.

Ejemplos:

a) ***Cambiar*** las expresiones siguientes a ***radicales*** del ***mismo orden***: $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{12}$, $\sqrt[4]{30}$.

Procedimiento: Lo ***primero*** que hacemos es buscar el ***mínimo común múltiplo*** (**m.c.m.**) de los ***índices*** de los **radicales** **2**, **3** y **4**. Es decir:

m.c.m. (2, 3, 4) = 3 x 4 = 12

Segundo: dividimos el **m.c.m.** entre el ***índice*** de cada ***radical***:

$12 \div 2 = 6$, $12 \div 3 = 4$ y $12 \div 4 = 3$

Tercero: multiplicamos tanto el ***índice*** del ***radical*** como ***exponentes*** de cada ***subradical*** por el ***cociente*** respectivo, como se muestra en seguida.

$\sqrt[2]{2} = \sqrt[12]{2^6} = \sqrt[12]{64}$, $\sqrt[3]{12} = \sqrt[12]{12^4} = \sqrt[12]{20736}$ y $\sqrt[4]{30} = \sqrt[12]{30^3} = \sqrt[12]{27000}$

b) ***Cambiar*** las expresiones siguientes a ***radicales*** del ***mismo orden***: $\sqrt[3]{xy}$ y $\sqrt{x}$.

Primero: **m.c.m. (3, 2) = 6**

Segundo: $6 \div 3 = 2$ y $6 \div 2 = 3$

Tercero: $\sqrt[3]{xy} = \sqrt[6]{x^2y^2}$ y $\sqrt{x} = \sqrt[6]{x^3}$

c) ***Cambiar*** las expresiones siguientes a ***radicales*** del **mismo orden**: $\sqrt[5]{3x}$ y $\sqrt[3]{2xy}$.

Primero: **m.c.m. (5, 3) = 15**

Segundo: $15 \div 5 = 3$ y $15 \div 3 = 5$

Tercero: $\sqrt[5]{3x} = \sqrt[15]{(3x)^3} = \sqrt[15]{27x^3}$ y $\sqrt[3]{2xy} = \sqrt[15]{(2xy)^5} = \sqrt[15]{32x^5y^5}$

6) Adición y sustracción de radicales.

Para poder ***sumar radicales***, es necesario que estos sean ***semejantes***, es decir, que tengan los mismos ***índices*** y ***subradicales***, en cuyo caso basta ***sumar algebraicamente*** sus ***coeficientes*** y ***multiplicar*** esa ***suma*** por el ***radical común***.

Ejemplo: $\sqrt{2} - 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

Se puede dar el caso, de tener que ***sumar radicales*** que aparentemente no sean ***semejantes***, en cuyo caso se hace la ***reducción*** a su más ***simple expresión***.

Ejemplos:

a) $\sqrt{\mathbf{48}}-\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{75}}+\mathbf{3}\sqrt{\mathbf{108}}=\sqrt{16(3)}-2\sqrt{25(3)}+3\sqrt{36(3)}=4\sqrt{3}-10\sqrt{3}+18\sqrt{3}=$
$=\mathbf{12\sqrt{3}}$

b) $\mathbf{2}\sqrt{\mathbf{2x^3}}-\mathbf{4}\sqrt{\mathbf{18x}}+\mathbf{5}\sqrt{\mathbf{2x}}=2x\sqrt{2x}-4(3)\sqrt{2x}+5\sqrt{2x}=(2x-12+5)\sqrt{2x}=$
$=\mathbf{(2x-7)\sqrt{2x}}$

c) $\mathbf{3}\sqrt{\mathbf{xy}}-\mathbf{\frac{1}{3}}\sqrt{\mathbf{a^3b}}-\mathbf{12}\sqrt{\mathbf{mn}}-\mathbf{11}\sqrt{\mathbf{xy}}+\mathbf{18}\sqrt{\mathbf{mn}}-\sqrt{\mathbf{\frac{9a^3b}{25}}}=$
$=-8\sqrt{xy}-\frac{1}{3}a\sqrt{ab}+6\sqrt{mn}-\frac{3}{5}a\sqrt{ab}=\mathbf{-8\sqrt{xy}-\frac{14}{15}a\sqrt{ab}+6\sqrt{mn}}$

7) ***Multiplicación de radicales.***

Para ***multiplicar*** dos o más ***radicales***, es necesario que estos sean del mismo ***índice*** o del mismo ***orden***, para lo cual basta ***multiplicar*** sus ***coeficientes*** y ***multiplicar*** los ***subradicales*** dentro de un solo ***radical***.

Ejemplo: $3\sqrt{\mathbf{24}}\sqrt{\mathbf{14}}=3\sqrt{24\cdot 14}=3\sqrt{4\cdot 3\cdot 2\cdot 2\cdot 7}=3(4)\sqrt{3\cdot 7}=\mathbf{12\sqrt{21}}$

Usamos la propiedad: $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$

8) ***División de radicales.***

Para ***dividir*** dos ***radicales***, es necesario que tengan ***igual orden***, para lo cual se ***dividen*** sus ***coeficientes*** y se indica la ***división*** de los ***subradicales*** bajo un solo ***radical***.

Ejemplo: $\frac{\mathbf{3\sqrt{36}}}{\mathbf{\sqrt{18}}}=3\sqrt{\frac{36}{18}}=\mathbf{3\sqrt{2}}$

Usamos la propiedad: $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\frac{a}{b}}$

Para ***multiplicar*** o ***dividir*** dos ***radicales*** de diferente ***orden***, primero procedemos a reducirlos al mismo ***orden***.

Ejemplos:

a) $\frac{\mathbf{\sqrt[3]{4}\sqrt{2}}}{\mathbf{\sqrt[6]{16}}}=\frac{4^{\frac{1}{3}}2^{\frac{2}{3}}}{16^{\frac{1}{6}}}=\frac{\sqrt[6]{4^2}\sqrt[6]{2^3}}{\sqrt[6]{16}}=\frac{\sqrt[6]{16\cdot 8}}{\sqrt[6]{16}}=\sqrt[6]{\frac{16\cdot 8}{16}}=\sqrt[6]{8}=\sqrt[6]{2^3}=$
$=2^{\frac{3}{6}}=2^{\frac{1}{3}}=\mathbf{\sqrt[3]{2}}$

b) $\sqrt{\mathbf{5xy}}\sqrt[3]{\mathbf{-x^2y}}=(5xy)^{\frac{1}{2}}(-x^2y)^{\frac{1}{3}}=(5xy)^{\frac{3}{6}}(-x^2y)^{\frac{2}{6}}=\sqrt[6]{(5xy)^3}\sqrt[6]{(-x^2y)^2}=$
$=\sqrt[6]{(5xy)^3(-2x^2y)^2}=\sqrt[6]{(125x^3y^3)(x^4y^2)}=\sqrt[6]{125x^7y^5}=\mathbf{x\sqrt[6]{125xy^5}}$

c) $$\sqrt[4]{\mathbf{a^2b^3}}\,\sqrt[6]{\mathbf{2ab^2c}}=(a^2b^3)^{\frac{1}{4}}(2ab^2c)^{\frac{1}{6}}=(a^2b^3)^{\frac{3}{12}}(2ab^2c)^{\frac{2}{12}}=$$
$$=\sqrt[12]{(a^2b^3)^3(2ab^2c)^2}=\sqrt[12]{4a^8b^{13}c^2}=\mathbf{b}\sqrt[12]{\mathbf{4a^8bc^2}}$$

d) $$\frac{\sqrt[3]{\mathbf{a^2b}}}{\sqrt[4]{\mathbf{a^3}}}=\frac{(a^2b)^{\frac{1}{3}}}{(a^3)^{\frac{1}{4}}}=\frac{(a^2b)^{\frac{4}{12}}}{(a^3)^{\frac{3}{12}}}=\sqrt[12]{\frac{(a^2b)^4}{(a^3)^3}}=\sqrt[12]{\frac{\mathbf{b^4}}{\mathbf{a}}}$$

e) $$\frac{\sqrt[3]{\mathbf{x^2y^2}}}{\sqrt[6]{\mathbf{x^4y}}}=\frac{(x^2y^2)^{\frac{2}{6}}}{(x^4y)^{\frac{1}{6}}}=\sqrt[6]{\frac{(x^2y^2)^2}{x^4y}}=\sqrt[6]{y^3}=y^{\frac{3}{6}}=y^{\frac{1}{2}}=\sqrt{\mathbf{y}}$$

9) ***Potencia de un radical.***

Para ***elevar*** un ***radical*** a cierta ***potencia***, elévese el ***subradical*** a dicha ***potencia*** y aféctese ésta por el ***radical*** de ***índice*** igual al del ***radical*** dado.

Ejemplo: $\left(\sqrt[3]{\mathbf{a^2}}\right)^{\mathbf{5}}=\sqrt[3]{a^{5\text{x}2}}=\sqrt[3]{a^{10}}=\sqrt[3]{a^9a}=\mathbf{a^3}\sqrt[3]{\mathbf{a}}$

En forma general se tiene: $\left(\sqrt[n]{\mathbf{a^m}}\right)^{\mathbf{k}}=\sqrt[n]{\mathbf{a^{mk}}}$

10) **Raíz de un radical.**

La ***raíz enésima*** de un ***radical*** es otro ***radical*** cuyo ***índice*** es el ***producto*** del ***índice*** del ***radical*** por **n**, es decir:

$$\sqrt[n]{\sqrt[r]{\mathbf{a^m}}}=\sqrt[nr]{\mathbf{a^m}}$$

Ejemplos:

a) $$\sqrt[6]{\sqrt[3]{\mathbf{a^4}}}=\sqrt[18]{a^4}=a^{\frac{4}{18}}=a^{\frac{2}{9}}=\sqrt[9]{\mathbf{a^2}}$$

b) $$\sqrt[2]{\sqrt[3]{\sqrt[4]{\sqrt[2]{\mathbf{ab}}}}}=\sqrt[48]{\mathbf{ab}}$$